

MASTER 1 in ECONOMICS
MASTER 1 ECONOMIE ET STATISTIQUE

Advanced calculus / code : M1S25

Lundi 1^{er} juillet 2013

=====

J. P. IBRAHIM

→ durée conseillée pour traiter ce sujet : 1 heure

→ **ATTENTION** : le nom de la matière et son code doivent être **IMPERATIVEMENT** recopiés sur la copie d'examen

Exercice 1. Find the maximal solution in \mathbb{R} of

$$\begin{cases} y'' + 2y' + y = -\frac{1}{t^2}e^{-t}, \\ y(1) = 1 \\ y'(1) = 1 \end{cases}$$

Exercice 2. Consider the system

$$\begin{cases} x' = -y - \frac{y^2}{2} + x^3y - y^2x + y^3x^2 - \frac{x^2}{2} - x \\ y' = x + x^3 + x^2 - y^3x - \frac{x^2}{2} - y - \frac{y^2}{2} \end{cases}$$

1. Prove that $(0, 0)$ is an equilibrium point.
2. Draw the trajectories around $(0, 0)$ of the solutions in the canonical basis.
3. Study the stability of $(0, 0)$.
4. Give an analytical solution to this problem satisfying

$$\begin{bmatrix} x(0) \\ y(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Barème indicatif : ex 1 : 8 points. ex 2 : 12 points.