C

MASTER 1

Microeconomics
(durée 2h30)

TSE
Toulouse School of Economics
École d'économie de Toulouse

Année Universitaire 2012-2013
SESSION 1

1. **Circle the correct answer between true and false. Answer on this sheet that you will turn in at the end of the exam.** (30 points - no penalty for wrong answers)

   (a) In a Dutch auction, it is a dominant strategy to exit the auction when the price is equal to one's own valuation. (true / false)

   (b) Moral hazard is not an issue if the agent is risk neutral (and is not protected by limited liability). (true / false)

   (c) When utility of wealth is given by $u(w) = \sqrt{w}$, we can show that relative risk aversion is constant. (true / false)

   (d) If you add zero mean noise to a non-diversified option, you achieve diversification. (true / false)

   (e) An agent is averse to downside risk if $-u'(w)$ is concave. (true / false)

   (f) If for two lotteries $\tilde{x}_1$ and $\tilde{x}_2$ we observe that the cumulative distribution function $F_1(x) > F_2(x)$ for all x, we know that even a risk seeking agent will prefer $\tilde{x}_2$. (true / false)

   (g) Increasing the initial wealth of a person with a quadratic utility function will decrease his optimal rate of coinsurance. (true / false)

   (h) When there exist countervailing incentives because of type-dependent reservation utilities, it is optimal to induce a high-cost type to produce strictly more than the first-best level. (true / false)

   (i) When an agent's type is identically and independently distributed across two different periods and the agent discovers its second-period type at the end of the first period, the optimal long-term contract with commitment consists in repeating twice the optimal static contract. (true / false)

   (j) Giving a mix of measurable and unmeasurable tasks to an agent will make it difficult to give incentives to perform well the measurable tasks. (true / false)

2. **Risk** [35 points in total]
   Take the following two lotteries: $\tilde{z}_1 = (-2, 1/2; 2, 1/2)$; $\tilde{z}_2 = (-4, 1/2; 0, 1/4; 8, 1/4)$

   (a) Which of the above two lotteries is riskier? Explain why.

   (b) Draw the cumulative distribution of $\tilde{z}_1$ and $\tilde{z}_2$ and use your graph to explain the integral condition.

   (c) Calculate the expected value and the variance of both $\tilde{z}_1$ and $\tilde{z}_2$.

   (d) An agent has initial wealth of 10000 and a square root utility function (i.e. $u(w) = \sqrt{w}$). Approximate the risk premium for this agent when facing either $\tilde{z}_1$ or $\tilde{z}_2$. Explain how you arrive at your results.

   (e) Now take the following lottery:
   $$\tilde{z}_3 = (-4, 1/2; 0, 1/4; 2, 1/8; 8, 1/8)$$
   Can you say that a change from $\tilde{z}_2$ to $\tilde{z}_3$ represents an 'increase in risk'? If yes show why, if no explain and say how the two lotteries can be compared.

   (f) Does you answer to the previous question change if the agent has either of the following utility functions?
   - $v(w) = w^2$
   - $f(w) = \frac{1}{2}\ln w$

   (g) Among u, v and f determine which agent would have the highest and lowest risk premium for any given lottery. Explain.

3. **Incentives** [35 points in total]

A principal hires an agent to produce a good. Both of them are risk neutral. The agent' cost of production is θq. With probability $\nu = 5/6$ the agent is a low-cost type agent and we have $\theta = \underline{\theta} = 3$; with probability $1 - \nu = 1/6$ the agent is a high-cost type agent and we have $\theta = \overline{\theta} = 4$.
The principal's benefit from the agent's production depends on θ:

$$S(q, \theta = 4) = 16\sqrt{q}; \quad (1)$$
$$S(q, \theta = 3) = 6\sqrt{q}. \quad (2)$$

3.1 *Interpretation.*
Describe a set of circumstances where it would be reasonable to think that the benefits that the principal derives from q would be higher when the costs to the agent are higher?

3.2 *Complete information benchmark.*
Compute the first-best quantity for each type of agent $q^{FB}(\theta)$. Which type should produce more? Explain the intuition behind this result.

3.3 *Second-best contract.*
Suppose that the agent's reservation utility is zero for both types. The agent knows his type. The principal does not know the agent's type θ, but knows the probability ν that the agent is of a low cost type. The principal offers a menu $\{(\overline{q}, \overline{t}), (\underline{q}, \underline{t})\}$ where t is the monetary transfer from the principal to the agent.

3.3.a Write the principal's objective, as well as the incentive and participation constraints that the menu must satisfy.

3.3.b Explain why the participation constraint of the high cost agent must be binding at the optimum. (This is straight from the course; be brief in your answer.)

3.3.c As we did in the course, assume that the incentive constraint of the low cost agent is binding at the optimum and solve for the optimal contract. Show that in the solution you find the incentive compatibility constraint of the high cost agent is satisfied.

3.4 *Bunching/pooling.*
Assume now that the probability that the agent has a high cost is 2/3.

3.4.a Show that using the same strategy as in **3.3** would yield $\overline{q} > \underline{q}$. Show that this implies that both incentive compatibility constraints cannot both be satisfied.

3.4.b It is possible to prove that at the optimum both incentive compatibility constraints are binding. Take this as given and compute the optimal contract.

B

MASTER 1

Microeconomics
(durée 2h30)

TSE
Toulouse School of Economics
École d'économie de Toulouse

Année Universitaire 2012-2013
SESSION 1

1. **Vrai ou Faux - Entourez la réponse correcte. Répondez sur la feuille d'énoncé que vous rendrez à la fin de l'examen.** (30 points - les mauvaises réponses ne sont pas pénalisées)
   (a) Quand il y a des « countervailing incentives »parce que les utilités de réservation dépendent du type de l'agent, quand son coût est élevé il est optimal de faire produire à l'agent plus que son niveau de production dans l'optimum de premier rang. (vrai / faux)
   (b) Dans une enchère hollandaise, c'est une stratégie dominante de sortir de l'enchère quand le prix est égal à la valeur que l'on attache à l'objet. (vrai / faux)
   (c) L'aléa moral ne crée pas d'inefficacité quand l'agent est neutre au risque (et qu'il n'a pas de contrainte de budget). (vrai / faux)
   (d) Dans un modèle à deux périodes, quand le type d'un agent est identiquement et indépendamment distribué dans les deux périodes et que l'agent découvre son type de deuxième période à la fin de la première période, le contrat optimal de long terme avec engagement consiste à répéter deux fois le contrat optimal du modèle à une période. (vrai / faux)
   (e) Donner à un agent un mélange de tâches mesurables et de tâches non-mesurables rendra difficile de lui donner des incitations de bien faire les tâches mesurables. (vrai / faux)
   (f) Quand l'utilité tirée de la richesse est donnée par la fonction $u(w) = \sqrt{w}$, l'aversion relative au risque est constante. (vrai / faux)
   (g) En ajoutant un bruit centré autour de zéro à une option non diversifiée, vous parviendrez à diversifier votre portefeuille. (vrai / faux)
   (h) Un agent est averse au risque de pertes (*downside risk*) si $-u'(w)$ est concave. (vrai / faux)
   (i) Si deux loteries $\tilde{x}_1$ et $\tilde{x}_2$ ont des fonctions de répartition qui satisfont $F_1(x) > F_2(x)$ pour tout x, alors même un agent qui aime le risque préférera $\tilde{x}_2$. (vrai / faux)
   (j) Augmenter la richesse initiale d'une personne dont la fonction d'utilité est quadratique diminuera son taux de couverture optimal. (vrai / faux)

2. **Risque** [35 points au total]
   Considérez les deux loteries $\tilde{z}_1 = (-2, 1/2; 2, 1/2)$ et $\tilde{z}_2 = (-4, 1/2; 0, 1/4; 8, 1/4)$.
   (a) Laquelle des deux loteries ci-dessus est la plus risquée ? Expliquez pourquoi.
   (b) Dessinez les fonctions de répartition de $\tilde{z}_1$ et $\tilde{z}_2$ et expliquez la condition intégrale à l'aide de votre graphique.
   (c) Calculez l'espérance et la variance de $\tilde{z}_1$ et $\tilde{z}_2$.
   (d) Un agent a une richesse initiale de 10000 et une utilité égale à la racine carrée de sa richesse (i.e. $u(w) = \sqrt{w}$). Trouvez une approximation de la prime de risque pour cet agent lorsqu'il fait face à $\tilde{z}_1$ ou $\tilde{z}_2$. Justifiez vos résultats.
   (e) Considérez maintenant la loterie :
   $$\tilde{z}_3 = (-4, 1/2; 0, 1/4; 2, 1/8; 8, 1/8)$$
   Pouvez-vous dire qu'un passage de $\tilde{z}_2$ à $\tilde{z}_3$ constitue une « augmentation du risque » ? Si oui, montrez pourquoi ; si non, expliquez et montrez comment on peut comparer ces deux loteries.
   (f) Votre réponse à la question pécédente change-t-elle si l'agent a l'une des fonctions d'utilité suivantes
   - $v(w) = w^2$,
   - $f(w) = \frac{1}{2}\ln w$?
   (g) Considérez trois agents ayant les fonctions d'utilité u, v et f. Lequel d'entre eux aurait la prime de risque la plus élevée et la plus basse pour n'importe quelle loterie ? Justifiez

3. **L'incitation** [35 points au total]
   Un principal embauche un agent pour produire un bien. Ils sont tous les deux neutres au risque. Le coût de production de l'agent est θq. L'agent a un coût de production faible avec probabilité $\nu = 5/6$; dans ce cas nous avons $\theta = \underline{\theta} = 3$; avec probabilité $1 - \nu = 1/6$ l'agent a un coût élevé et nous avons $\theta = \overline{\theta} = 4$.
   Le bénéfice que le principal retire de la production de l'agent depend de θ :
   $$S(q, \theta = 4) = 16\sqrt{q}; \quad (1)$$
   $$S(q, \theta = 3) = 6\sqrt{q}. \quad (2)$$
   3.1 *Interprétation.* Décrivez une situation dans laquelle il serait raisonnable de penser que les bénéfices que le principal retire de q sont plus élevés quand le coût de production de l'agent est plus élevé.
   3.2 *Solution avec information symétrique.* Calculez la production de premier rang pour chaque « type »d'agent, $q^{FB}(\theta)$ (« FB »est l'abréviation de « First Best »). Quel type produit plus ? Expliquez l'intuition derrière ce résultat.
   3.3 *Contrat de second rang.* Supposez que l'utilité de réservation de chacun des deux types de l'agent soit zéro. L'agent connait son type. Le principal ne connait pas le type θ de l'agent, mais connait la probabilité ν que l'agent ait un coût faible. Le principal offre un menu $\{(\overline{q}, \overline{t}), (\underline{q}, \underline{t})\}$ où t est le transfert monétaire du principal vers l'agent.
   3.3.a Écrivez la fonction d'objectif du principal, ainsi que les contraintes d'incitation et de participation que le menu doit satisfaire.
   3.3.b Expliquez pourquoi la contrainte de participation de l'agent au coût élevé doit être saturée à l'optimum. (Ceci est juste une question de cours ; donnez une réponse courte.)
   3.3.c Ainsi que nous l'avons fait dans le cours, supposez que la contrainte d'incitation de l'agent au coût faible est saturée à l'optimum et trouvez le contrat optimal. Montrez que dans la solution que vous avez trouvée la contrainte d'incitation de l'agent au coût élevé est satisfaite.
   3.4 *« Bunching »/« pooling »*. Supposez maintenant que la probabilité que l'agent ait un coût de production élevé soit égale à 2/3.
   3.4.a Montrez qu'utiliser la même stratégie pour résoudre le problème qu'en **3.3** donner une solution qui satisfait $\overline{q} > \underline{q}$. Montrez que cela entraîne qu'il est impossible que les contraintes d'incitation soient toutes les deux satisfaites.
   3.4.b On peut montrer qu'à l'optimum les deux contraintes d'incitation sont saturées. Considérez ceci comme établi et calculez le contrat optimal.